**Problema 3 – Solutie xcmmdc**

Soluţia 1 – 100 de puncte, Radu Voroneanu

Observăm întai că numărul de query-uri este mult mai mare decât dimensiunea maximă a unui query, aşa că este necesar să precalculăm răspunsul pentru fiecare latură posibilă.

Vom construi întai o dinamică de forma: DP[l][i][j] = cmmdc-ul unei submatrice pătratice de latură 2^l care are colţul stânga sus pe poziţia (i, j). Recurenţa acestei dinamici este:

DP[l+1][i][j] = cmmdc(DP[l][i][j], DP[l][i+2^l][j], DP[l][i][j+2^l],

DP[l][i+2^l][j+2^l])

Pentru a continua, trebuie să facem următoarea observaţie: dacă A este cmmdc-ul unei submatrice de latură l cu colţul stânga sus în (x, y) si B este cmmdc-ul unei submatrice de latură l+1 cu colţul stânga sus în (x, y), atunci A >= B. Acest lucru este uşor de demonstrat întrucât adăugând elemente la o submatrice nu îi putem creşte cmmdc-ul (cmmdc(a, b) <= a, b).

Astfel, pentru fiecare poziţie (x, y) putem căuta binar care este latura minimă si latura maximă a unei submatrice care are cmmdc-ul K. Ne vom folosi de dinamica DP pentru a determina in O(1) răspunsul la întrebari de forma: care este cmmdc-ul C al unei submatrice de latură L cu colţul stânga-sus în poziţia (x, y). Fie P cel mai mare număr natural astfel încât 2^P <= X. Atunci,

C = cmmdc(DP[P][x][y], DP[P][x+L-2^P][j],

DP[P][x][y+L-2^P], DP[P][x+L-2^P][y+L-2^P])

Ştiind latura minimă Lmin si latura maximă Lmax a unei submatrice de cmmdc K pentru fiecare poziţie (x, y), putem să ne folosim de un arbore de intervale pentru a incrementa numărul de soluţii pentru toate laturile din intervalul [Lmin, Lmax], folosindu-ne apoi de acelaşi arbore pentru a reţine răspunsul final pentru toate laturile din intervalul [1, min(N, M)]. Alternativ, ne putem folosi de tehnica lui Mars în locul arborelui de intervale pentru a implementa această parte din soluţie.

Complexitatea finală a acestei soluţii este O(N\*M\*log(N\*M)\*log(MAX)) ca timp si ca spaţiu.

Soluţia 2 – 50 puncte, Vlad Gavrilă

Vom costrui o dinamică D[l][i][j] = cmmdc-ul unei submatrice de latură l cu colţul stânga sus în poziţia (i, j). Recurenţa acestei dinamici va fi:

D[l+1][i][j] = cmmdc(D[l][i][j], D[l][i+1][j], D[l][i][j+1],

D[l][i+1][j+1])

Pentru fiecare latură l între 1 şi min(N, M) vom număra cu ajutorul acestei dinamici câte submatrice de latură l au cmmdc-ul K. Observăm că este necesar să ţinem doar ultimele 2 linii ale acestei dinamici pentru a ne încadra în limita de memorie.

Complexitatea acestei soluţii este O(N\*M\*min(N, M)\*log(MAX)) ca timp si O(N\*M) ca memorie.

Preşedinte, Vicepreşedinte subcomisia clasele XI-XII,

Radu Eugen Boriga Doru Anastasiu Popescu